

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව  
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்  
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

**අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2018 අගෝස්තු**  
**கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2018 ஓகஸ்ட்**  
**General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2018**

<b>උසස් ගණිතය</b> உயர் கணிதம் Higher Mathematics	I I I	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">11</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">S</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">I</span>	<b>2018.08.29 / 0830 - 1140</b>
--	-------------	---	---------------------------------

<b>පැය තුනයි</b> மூன்று மணித்தியாலம் Three hours	<b>අමතර කියවීමේ කාලය</b> - මිනිත්තු 10 යි <b>மேலதிக வாசிப்பு நேரம்</b> - 10 நிமிடங்கள் <b>Additional Reading Time</b> - 10 minutes
--	--

අමතර කියවීමේ කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය									
------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- උපදෙස් :**
- \* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;  
**A කොටස** (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
  - \* **A කොටස:**  
**සියලු ම** ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
  - \* **B කොටස:**  
 ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
  - \* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
  - \* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(11) උසස් ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
<b>A</b>	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
<b>B</b>	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

<b>I</b> පත්‍රය	
<b>II</b> පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	
<b>අවසාන ලකුණු</b>	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	
<b>සංකේත අංක</b>	
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ:	











සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව  
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்  
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka  
 ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව  
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்

**අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2018 අගෝස්තු**  
**கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2018 ஓகஸ்ட்**  
**General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2018**

උසස් ගණිතය	I
உயர் கணிதம்	I
Higher Mathematics	I



**B කොටස**

\* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a)  $X, Y$  හා  $Z$  යනු  $S$  සර්වත්‍ර කුලකයක උපකුලක යැයි ගනිමු. ඔබ භාවිත කරන කුලක විචයෙහි ඕනෑම ප්‍රතිඵලයක් පැහැදිලි ව ප්‍රකාශ කරමින්
- (i)  $(X - Y) - Z \subseteq X - Z$ ,
  - (ii)  $(X - Y) - (Y - Z) = X - Y$
- බව පෙන්වන්න; මෙහි  $X - Y$  යන්න  $X - Y = X \cap Y'$  මගින් අර්ථ දැක්වේ.
- (b) ආපන ශාලාවක සිටින පාරිභෝගිකයන් 100 දෙනකු යොදා ගනිමින් උදේ ආහාරය සඳහා ඉදිආප්ප, ආප්ප හා පාන් අතුරින් ඔවුන් කැමති ආහාරය නිගමනය කිරීමට සමීක්ෂණයක් සිදු කරන ලදී. එම සමීක්ෂණයෙන් පහත දැක්වෙන දත්ත එක්රැස් කරන ලදී.
- 44 දෙනකු ඉදිආප්පවලට කැමති ය.
  - 15 දෙනකු පාන්වලට පමණක් කැමති ය.
  - 10 දෙනකු ඉදිආප්පවලට හා ආප්පවලට කැමති නමුත් පාන්වලට අකමැති ය.
  - 78 දෙනකු පාන්වලට හෝ ආප්පවලට කැමති ය.
  - 12 දෙනකු පාන්වලට හා ආප්පවලට කැමති නමුත් ඉදිආප්පවලට අකමැති ය.
  - 27 දෙනකු වර්ග කුතටම කැමති අතර 19 දෙනකු එකම වර්ගයකටවත් කැමති නැත.
- (i) ඉදිආප්පවලට කැමති නමුත් ආප්පවලට අකමැති,
  - (ii) ආප්පවලට පමණක් කැමති,
  - (iii) ඉදිආප්ප හා පාන්වලට කැමති නමුත් ආප්පවලට අකමැති පාරිභෝගිකයන්ගේ ගණන සොයන්න.
12. (a)  $a, b$  හා  $c$  යනු  $a + b + c = 1$  වන පරිදි වූ ධන තාත්ත්වික සංඛ්‍යා යැයි ගනිමු. සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය - ගුණෝත්තර මධ්‍යන්‍යය අසමානතාව භාවිතයෙන්  $\frac{1}{abc} \geq 27$  බව පෙන්වන්න.
- ඒ නගිති,**
- (i)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9$  බව හා (ii)  $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} \geq 27$
- බව පෙන්වන්න.
- $(1 + \frac{1}{a})(1 + \frac{1}{b})(1 + \frac{1}{c}) \geq 64$  බව අපෝහනය කරන්න.
- (b)  $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  පරිණාමනය මගින්  $xy$ -තලයේ ලක්ෂ්‍ය  $x'y'$ -තලයේ ලක්ෂ්‍ය බවට අනුරූපණය වේ. මෙම පරිණාමනය යටතේ  $y = ax + b$  රේඛාව  $x'y'$ -තලයේ යම් රේඛාවක් මතට අනුරූපණය වේ ද එම රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න; මෙහි  $a$  හා  $b$  නියත වේ.
- $A \equiv (2, 3)$  හා  $B \equiv (3, 2)$  යනු  $xy$ -තලයේ ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යැයි ගනිමු.  $x'y'$ -තලයේ යම් රේඛාවක් මතට  $AB$  රේඛාව අනුරූපණය වේ ද එම රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

13. ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා ද මූලාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

ද මූලාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්

(i) ඔත්තේ  $n$  සඳහා,

$$\sin n\theta = {}^n C_1 \cos^{n-1} \theta \sin \theta - {}^n C_3 \cos^{n-3} \theta \sin^3 \theta + \dots + (-1)^{\frac{n-1}{2}} \sin^n \theta,$$

(ii) ඉරට්ටේ  $n$  සඳහා,

$$\sin n\theta = {}^n C_1 \cos^{n-1} \theta \sin \theta - {}^n C_3 \cos^{n-3} \theta \sin^3 \theta + \dots + (-1)^{\frac{n-2}{2}} {}^n C_{n-1} \cos \theta \sin^{n-1} \theta$$

බව පෙන්වන්න.

$\sin \theta \neq 0$  සඳහා  $\frac{\sin 5\theta - \sin 4\theta}{\sin \theta} = 16 \cos^4 \theta - 8 \cos^3 \theta - 12 \cos^2 \theta + 4 \cos \theta + 1$  බව අපෝහනය කරන්න.

$x^4 - x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 0$  සමීකරණයෙහි මූල සැලකීමෙන්,

$$\cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{3\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{7\pi}{9} = \frac{1}{2} \text{ හා}$$

$$\cos \frac{\pi}{9} \cdot \cos \frac{3\pi}{9} \cdot \cos \frac{5\pi}{9} \cdot \cos \frac{7\pi}{9} = \frac{1}{8} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

14. (a)  $y = e^{2x}$  හා  $y = 2x - x^2$  වක්‍රවල දළ සටහන් එක ම රූපයක අඳින්න.

ඉහත වක්‍ර දෙකෙන් ද  $x = 0$  හා  $x = 2$  රේඛාවලින් ද පර්යන්තගත පෙදෙස  $R$  යැයි ගනිමු.  $R$  හි වර්ගඵලය සොයන්න.

තව ද  $R$  පෙදෙස  $x$ -අක්ෂය වටා සෘජුකෝණ හතරකින් භ්‍රමණය කිරීමෙන් ජනනය වන ඝනයේ පරිමාව සොයන්න.

(b) වක්‍ර කුලයක්  $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x^2}{xy}$  අවකල සමීකරණය සපුරාලයි.  $y = vx$  ආදේශ කිරීමෙන් මෙම අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

තව ද මෙම වක්‍ර කුලයෙහි ප්‍රලම්බ පරාවක්‍ර සපුරාලන අවකල සමීකරණය ලබාගෙන එය විසඳන්න.

15. (a)  $n \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $I_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x^2} dx$  යැයි ගනිමු.

$$I_n = \left( \frac{n-1}{n+2} \right) I_{n-2} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

ඒ නගින,  $\int_0^1 x^4 \sqrt{1-x^2} dx$  හි අගය සොයන්න.

(b)  $e^x$  හා  $\sin x$  හි මැක්ලෝරින් ශ්‍රේණි ප්‍රසාරණ ලියා දක්වන්න.

ඒ නගින,  $e^{\sin x}$  හි මැක්ලෝරින් ශ්‍රේණි ප්‍රසාරණය  $x^4$  අඩංගු පදය දක්වා, එයත් ඇතුළත්ව, සොයන්න.

මෙය භාවිතයෙන්  $\int_0^1 e^{\sin x} dx$  සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.



16.  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  බහුවලයට  $P(a \sec \theta, b \tan \theta)$  ලක්ෂ්‍යයේ දී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.

$P$  හි දී ස්පර්ශකය, බහුවලයේ ප්‍රධාන අක්ෂයෙහි අන්තයන්හි ස්පර්ශක  $Q$  හා  $R$  හි දී හමු වේ.  $QR$  රේඛා ඛණ්ඩය මගින් එක් එක් නාභියෙහි සෘජුකෝණයක් ආපාතනය කරන බව පෙන්වන්න.

$S_1$  හා  $S_2$  නාභි සහිත  $\frac{x^2}{9} - y^2 = 1$  බහුවලය මත  $P$  ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක  $(5, \frac{4}{3})$  යැයි ගනිමු.

ඉහත දැක්වෙන පරිදි අර්ථ දැක්වෙන  $Q, R, S_1$  හා  $S_2$  ලක්ෂ්‍ය ඒකවෘත්ත බව පෙන්වා, මෙම ලක්ෂ්‍ය හරහා යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

17. (a)  $f(x) = \frac{3 \cos x - 4 \sin x}{4 \cos x + 3 \sin x + 10}$  යැයි ගනිමු.

(i)  $f(x)$  හි වසම ප්‍රකාශ කරන්න.

(ii)  $f(x)$  හි උපරිම අගය හා අවම අගය සොයා, මෙම අගයන් ලබාදෙන ලක්ෂ්‍යවල  $x$ -ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(iii)  $f(x) = 0$  සමීකරණය විසඳන්න.

(b) පහත දැක්වෙන වගුවේ දී ඇති  $\ln(1+x^2)$  හි අගයන් සහිත ව සීමිත නිතිශ භාවිතයෙන්  $\int_0^1 \ln(1+x^2) dx$  සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.

$x$	0	0.25	0.50	0.75	1.0
$\ln(1+x^2)$	0	0.0606	0.2231	0.4463	0.6931

$\int_0^1 \ln\left(\frac{1+x^2}{2}\right) dx$  සඳහා ආසන්න අගයක් අපේක්ෂා කරන්න.

\*\*\*



ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව  
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்  
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka  
 ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව  
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்  
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

**අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2018 අගෝස්තු**  
**கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2018 ஓகஸ்ட்**  
**General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2018**

**උසස් ගණිතය II**  
**உயர் கணிதம் II**  
**Higher Mathematics II**

**11 S II**

**2018.09.01 / 1300 - 1610**

**පැය තුනයි**  
**மூன்று மணித்தியாலம்**  
**Three hours**

**අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි**  
**மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்**  
**Additional Reading Time - 10 minutes**

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය

**උපදෙස් :**

- \* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;  
**A කොටස** (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- \* **A කොටස**  
**සියලු ම** ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- \* **B කොටස**  
 ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- \* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- \* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.
- \* සංඛ්‍යාත වගු සපයනු ලැබේ.
- \* g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

**පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.**

(11) උසස් ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
<b>A</b>	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
<b>B</b>	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

<b>I</b> පත්‍රය	
<b>II</b> පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

**අවසාන ලකුණු**

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

**සංකේත අංක**

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ:	













සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව  
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்  
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka  
 ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව  
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்  
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

**අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2018 අගෝස්තු**  
**கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2018 ஓகஸ்ட்**  
**General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2018**

උසස් ගණිතය **II**  
 உயர் கணிதம் **II**  
 Higher Mathematics **II**

**11 S II**

**B කොටස**

\* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11.  $O$  මූලය අනුබද්ධයෙන්  $r_s$  පිහිටුම් දෛශික සහිත  $A_s$  ලක්ෂ්‍යවල දී  $F_s$  බල ක්‍රියාකරයි; මෙහි  $s = 1, 2, \dots, n$  වේ. මෙම පද්ධතිය  $O$  හි දී ක්‍රියාකරන  $R = \sum_{s=1}^n F_s$  තනි බලයක් සමග සූර්ණ දෛශිකය  $G = \sum_{s=1}^n r_s \times F_s$  වූ යුග්මයකට උභයනය කළ හැකි බව පෙන්වන්න. පද්ධතිය තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය වීම සඳහා අවශ්‍යතා ලබාගන්න. බල හතරකින් සමන්විත පද්ධතියක් පහත දී ඇත.

ක්‍රියා ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A	$3i$	$4i + 2j + 3k$
B	$2i - 2k$	$3i + 2j + 3k$
C	$-5i + 11j$	$2i - 3j + k$
D	$i + 2j + 3k$	$3i + 7j + 5k$

මෙම පද්ධතිය  $O$  මූලයෙහි දී  $R$  තනි බලයක් සමග සූර්ණ දෛශිකය  $G = 4i - 12j + 4k$  වූ යුග්මයකට උභයනය වන බව පෙන්වා  $R$  සොයන්න.

ඒ නගිත්, පද්ධතිය විශාලත්වය  $4\sqrt{22}$  වූ තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වන්න. මෙම සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියා රේඛාවේ දෛශික සමීකරණයක්, මෙම රේඛාව මත පිහිටන ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකය දක්වමින්, ලබාගන්න.

12. අරය  $a$  වූ වෘත්තාකාර ආස්තරයක් එහි  $O$  කේන්ද්‍රය ද්‍රව පෘෂ්ඨයේ සිට  $a$  ගැඹුරකින් පිහිටන පරිදි  $\rho$  නියත ඝනත්වයක් සහිත ද්‍රවයක සිරස් ලෙස ගිල්වා ඇත.

- (i) ආස්තරය මත ද්‍රව තෙරපුමෙහි විශාලත්වය  $\pi a^3 \rho g$  බවත්,
- (ii) ආස්තරයේ පීඩන කේන්ද්‍රය එහි සිරස් විෂ්කම්භය මත  $O$  කේන්ද්‍රයට  $\frac{a}{4}$  දුරක් පහළින් පිහිටන බවත් අනුකලනය මගින් පෙන්වන්න.

අරය  $a$  වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක් එහි උච්චතම ලක්ෂ්‍යය ද්‍රව පෘෂ්ඨයේ යම්තම් ගැඹුරකින් පිහිටන පරිදි හා එහි තල මුහුණත සිරස් වන ලෙස,  $\rho$  නියත ඝනත්වයක් සහිත ද්‍රවයක ගිල්වා ඇත. අර්ධ ගෝලය මත උඩුකුරු තෙරපුම සොයා තල මුහුණත මත තෙරපුම ලියා දක්වන්න.

ඒ නගිත්, අර්ධ ගෝලයෙහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත තෙරපුමේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න. (අරය  $a$  වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය එහි සමමිතික අක්ෂය මත, කේන්ද්‍රයේ සිට  $\frac{3a}{8}$  දුරකින් පිහිටන බව උපකල්පනය කරන්න.)

13. ස්කන්ධය  $m$  වූ  $P$  අංශුවක්  $O$  මූලයේ සිට  $\mathbf{u} = u(\mathbf{i} \cos \alpha + \mathbf{j} \sin \alpha)$  ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ; මෙහි  $u$  හා  $\alpha$  නියත වන අතර  $\mathbf{i}$  හා  $\mathbf{j}$  පිළිවෙලින් තිරස් හා උඩු සිරස් දිශාවලට ඒකක දෛශික වේ. අංශුවේ ප්‍රවේගය  $\mathbf{v}$  වන විට එහි වලිතයට  $-mkv$  ප්‍රතිරෝධ බලයක් ඇත; මෙහි  $k$  යනු ධන නියතයකි. අංශුව සඳහා වලිත සමීකරණය  $(\ddot{x} + k\dot{x})\mathbf{i} + (\ddot{y} + k\dot{y} + g)\mathbf{j} = \mathbf{0}$  දෛශික ආකාරයෙන් ලබාගන්න; මෙහි  $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$  යනු  $t$  කාලයේ දී අංශුවේ පිහිටුම් දෛශිකයයි.

ඉහත සමීකරණය සඳහා විසඳුම්  $x = A + Be^{-kt}$  හා  $y = C + De^{-kt} - \frac{g}{k}t$  සංරචක ආකාරයෙන් උපකල්පනය කරමින්  $A, B, C$  හා  $D$  නියතවල අගයන්  $u$  හා  $\alpha$  ඇසුරෙන් සොයන්න.

අංශුවට වලිතය විය හැකි තිරස් දුරෙහි සීමාකාරී අගය අපෝහනය කරන්න.

$k$  නියතය නොගිණිය හැකි නම් අංශුවේ පෙනෙහි කාටිසිය සමීකරණයන් අපෝහනය කරන්න.

14. සුපුරුදු අංකනයෙන්, තලයක් මත වලිතය වන අංශුවක අරීය හා තීර්යක් ත්වරණ සංරචක,  $(r, \theta)$  ධ්‍රැවක ඛණ්ඩාංක මගින්, පිළිවෙලින්  $\ddot{r} - r\dot{\theta}^2$  හා  $\frac{1}{r} \frac{d}{dt} (r^2\dot{\theta})$  බව පෙන්වන්න.

සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇති ස්කන්ධය  $m$  වූ  $P$  අංශුවක්, මේසය මත ඇති  $O$  කුඩා සුමට සිදුරක් තුළින් යන සැහැල්ලු අවිනත්‍ය තන්තුවක් මගින් සමාන  $Q$  අංශුවකට ඇඳා,  $Q$  අංශුව නිදහසේ එල්ලෙන පරිදි  $P$  අල්වා තබනු ලැබේ. ආරම්භයේ දී  $OP$  හි දිග  $a$  වන අතර,  $V$  වේගයෙන්  $P$  අංශුව තන්තුවට සෘජුකෝණීව තිරස් ව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ.  $t$  කාලයේ දී  $OP$  හි දිග  $r (\geq a)$  වන අතර  $OP$  එහි මුල් පිහිටීමේ සිට  $\theta$  කෝණයකින් හැරී ඇතැයි සිතමු.

(i)  $r^2\dot{\theta} = aV$  හා

(ii)  $2\ddot{r} - \frac{a^2V^2}{r^3} + g = 0$

බව පෙන්වන්න.

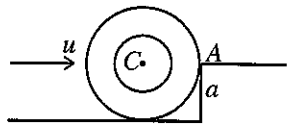
ඒ නගිත්,  $\dot{r}^2 = \frac{V^2}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) - g(r - a)$  බව පෙන්වන්න.

තන්තුවේ දිග  $2a$  ට වඩා වැඩි බව දී ඇති විට,  $a \leq r \leq 2a$  වන පරිදි මෙම වලිතය සිදු වීම සඳහා  $V = \sqrt{\frac{8ga}{3}}$  විය යුතු බවත් පෙන්වන්න.

$r = 2a$  සීමාන්තික පිහිටීමේ දී තන්තුවේ ආතතිය සොයා, මෙම පිහිටීමේ දී  $Q$  හි ත්වරණය සිරස් ව පහළට  $\frac{2g}{3}$  බව පෙන්වන්න.

15. ස්කන්ධය  $M$  හා කේන්ද්‍රය  $C$  වූ  $R$  රෝදයක් සාදා ඇත්තේ අරය  $2a$  වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටියකින් අරය  $a$  වූ ඒක කේන්ද්‍රීය වෘත්තාකාර තැටියක් ඉවත් කිරීමෙනි. මෙම  $R$  රෝදයෙහි පිටත වෘත්තාකාර දාරයෙහි ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන එහි තලයට ලම්බ අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති සූර්ණය  $\frac{13}{2}Ma^2$  බව පෙන්වන්න. [ස්කන්ධය  $m$  හා අරය  $r$  වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටියක කේන්ද්‍රය හරහා යන තැටියේ තලයට ලම්බ අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති සූර්ණය  $\frac{1}{2}mr^2$  බව ඔබට උපකල්පනය කළ හැකි ය.]

$R$  රෝදය රළ තිරස් ගෙබිමක් මත ලිස්සීමකින් තොරව පෙරළේ. රෝදයෙහි තලය සිරස් ද ගෙබිම මත උස  $a$  වූ සිරස් පඩියකට ලම්බ ද වන අතර  $C$  කේන්ද්‍රයේ වේගය පඩිය දෙසට  $u$  වේ. (යාබද රූපය බලන්න.)



රෝදය හා පඩිය අතර ගැටුම අප්‍රත්‍යාස්ථ වන අතර ගැටුමට පසු පඩිය සමග ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය වූ  $A$  වටා  $\omega$  කෝණික වේගයකින් රෝදය ස්වකීය තලයේම භ්‍රමණය වීමට පටන් ගනී.  $a\omega = \frac{9u}{26}$  බව පෙන්වා ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු රෝදයේ ඉතිරිවන වාලක ශක්තිය සොයන්න.

ඒ නගිත්, රෝදයට පඩිය උඩට නැගීම සඳහා  $u \geq \frac{4}{9}\sqrt{13ga}$  විය යුතු බව පෙන්වන්න.

16. (a) ගොඩනැගිල්ලක පිවිසුමෙහි රාජකාරියෙහි නියුතු මුර හටයා ළඟ සර්වසම ලෙස පෙනෙන යතුරු  $n$  ගණනක් ඇති අතර ඉන් එකකින් පමණක් ඉදිරිපස දොර ඇරේ. බලයලත් තැනැත්තකුගේ ඉල්ලීමක් මත හටයා එක යතුරකට පසුව තවත් යතුරක් වශයෙන් සසම්භාවීව, ප්‍රතිස්ථාපනයෙන් තොරව තෝරාගෙන දොර ඇරීම සඳහා උත්සාහ කරයි. "දොර ඇරීමට පෙර ඔහු උත්සාහ කරන යතුරු ගණන" සසම්භාවී විචල්‍යය  $X$  යැයි ගනිමු.

$r = 1, 2, \dots, n$  සඳහා  $P(X = r) = \frac{1}{n}$  බව පෙන්වන්න. අපේක්ෂිත යතුරු ගණන  $E(X)$  සොයා  $X$  හි විචලතාව  $\frac{n^2 - 1}{12}$  බව පෙන්වන්න.

$X$  හි සම්මත අපගමනය 2 නම්, යතුරු ගණන සොයන්න.

(b) මහන මැෂිමක්, එය මිල දී ගත් පළමු වසර තුළ පිරික්සීම සඳහා නඩත්තු කාර්මික ශිල්පියකු  $X$  වාර ගණනක් පැමිණිය යුතු අතර,  $X$

$$P(X = r) = \begin{cases} e^{-\mu} \frac{\mu^r}{r!} & , r=0,1,2,\dots \quad (\mu > 0) \\ 0 & , \text{අනෙක් විට,} \end{cases}$$

ලෙස අර්ථ දැක්වෙන පුවාසොන් ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරයි.  $X$  හි මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව ප්‍රකාශ කරන්න.

තවදුරටත්  $\mu = 4$  බව දී ඇත. පිරික්සුම් වාර 4 කට වඩා අවශ්‍ය වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. පළමු පිරික්සුම ගෙවීමකින් තොරව සිදු කරන අතර පසුව සිදු කරන පිරික්සුම් එක එකක් සඳහා රුපියල් 1000 බැගින් අය කරනු ලැබේ. මිල දී ගත් පළමු අවුරුද්ද තුළ මහන මැෂිමේ මධ්‍යන්‍ය නඩත්තු වියදම සොයන්න.

17. (a)  $X$  සසම්භාවී විචල්‍යයක  $f(x)$  සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{15} e^{-\frac{x}{15}} & , x \geq 0 \quad \text{නම්,} \\ 0 & , \text{අනෙක් විට,} \end{cases}$$

මගින් දෙනු ලැබේ.

- (i)  $E(X) = 15$  බව පෙන්වා  $Var(X)$  සොයන්න.
- (ii)  $X$  හි ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතය සොයා, ඒ නයිත්  $P(X \geq 20)$  සොයන්න.

(b) කිරි පිටි ඇසුරුම්වල බර, මධ්‍යන්‍යය 405 g හා සම්මත අපගමනය 20 g සහිත ව ප්‍රමත ලෙස ව්‍යාප්තව ඇත.

- (i) අහඹු ලෙස තෝරාගත් කිරි පිටි ඇසුරුමක බර 395 g හා 420 g අතර තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
- (ii) කිරි පිටි ඇසුරුම් පහක් අහඹු ලෙස තෝරාගනු ලැබේ. මෙම ඇසුරුම්වලින් අඩුතරමින් දෙකක බර 395 g හා 420 g අතර තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

\*\*\*

